

局所情報のみで実現されるスケールフリーネットワーク

Scale-Free Network Realized Solely by Local Information

1W143043-9 今野 瑠音 指導教員 郡司 幸夫 教授
KONNO Rune Prof. GUNJI Yukio

概要： 最もうまくネットワークを説明するとされる、バラバシ・アルバートモデル（1990）は、大域的情報を用いてスケールフリー性を説明する。ここでは、局所情報のみを用いたモデル、「エンド・ネットワーク・モデル（Endo Network Model）」を提案し、スケールフリーネットワークが実現できることを示す。特に両モデルにおいて度数分布を算出し、ネットワークが持つスケールフリー性を分析している。頂点（ノード）が持ちうる度数情報のみで生成されたエンド・ネットワーク・モデルは、既存モデルと比較してより現実世界でのネットワーク生成に近いアルゴリズムを持ちつつ、スケールフリー性を示していると考えられる。

キーワード：複雑ネットワーク、スケールフリー性、バラバシ・アルバートモデル、度数分布、局所情報
Keywords: complex network, scale-free property, Barabási-Albert model, degree distribution, local information

1. はじめに

現在スケールフリーネットワークのベストモデルと言われるバラバシ・アルバート・ラースローのモデルは、局所的な情報でスケールフリーを説明するといいつながらモデルの根幹にグローバルなリンク分布の情報を含んでる。本論文では、より現実のネットワークに則すようにノードが持つ局所的な情報のみで形成される新たなネットワークモデルを提案し、スケールフリー性が示されるか検証する。現実世界に存在するネットワークにはある共通する性質を見出すことが出来る。それらの性質は「スケールフリー性」、「スモールワールド性」、「クラスター性」と呼ばれている。その中で今回主に取り扱うスケールフリー性とは、度数分布において冪乗則がみられることを言う。これは一部のノードは高い次数を所持しているが、大多数のノードはごく少数のノードとのみリンクを持つということを示す。

2. ネットワークモデルの比較

先行研究であるバラバシ・アルバートモデルは、提案されている3つのモデルのうち、ノードを選択して成長させるものを使用する。ノードを追加する際、既存のノードが新規のノードとリンクを持つ確率が、既存のノードのその時点で持つ次数に比例するモデルである。つまりネットワーク内で次数の高いノードほど、よりリンクを獲得しや

すくなる。これは一見局所的な情報のみを使用しているようであるが、モデルの根幹に度数分布という大域的情報を含んでいる。

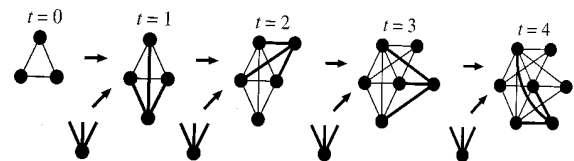


図1 バラバシ・アルバートモデル 出典[1]

バラバシのモデルはローカルな情報でスケールフリーを説明するといいつながら、モデルの根幹にグローバルなリンク分布の情報を含んでいた。そこで本論文では新たに、そういったグローバルな情報を用いず、ノードが担う局所的な情報のみからスケールフリーネットワークが実現される、エンド・ネットワーク・モデルを提案する。このモデルにおいて、新たなネットワーク参加者は、リンク情報を使うことができないという意味で内部観測者(Endo-observer)である。この意味でエンド・ネットワーク・モデルと呼ぶ。このモデルはそれぞれのノードが持っている次数のみを利用して生成される。認知過程で内部観測者は、在る局所の一点を観測しようとしてもネットワーク内におけるその一点の情報を知り得ないため、局所が曖昧になる。つまり様々な条件の論理積（かつ：AND）を用いて概念を限定しようとしても、逆に条件が拡大（論理和：OR）してしまう。

この過程を以下のように実装した：新規参加者は既存のノードからランダムに一個選び、その次数より小さい次数をランダムに決定し、これを自身の予期次数とする。新規参加者は、予期次数以上の次数を持つノードをランダムに予期次数個、選択しリンクを張る。世界全体を緩く近似（論理和）することを、限定的世界を厳しく近似（論理積）することに混同して置き換えてしまうことが、内部観測者によるノードの選択であり、エンドネットワークの根幹である。

3. シミュレーションの結果

今回のシミュレーションで、バラバシ・アルバートモデルは $m_0 = 3$ の完全グラフからスタートし、新規参加者は3本のリンクを持つようにノードを選択する。

図2は2つのモデルの次数分布の結果を両対数グラフで示したものである。次数分布は次数 k のノードが存在する確率 p_k で表される。左からバラバシ・アルバートモデル、エンド・ネットワーク・モデルの順である。共に総ノード数を2000から10000の範囲で2000毎に変化させ算出した。総ノード数を変化させることによる冪指数 γ の変化はなく、バラバシ・アルバートモデルは $\gamma \approx -2.7$ 、エンド・ネットワーク・モデルは $k = 25 \sim 150$ の範囲で $\gamma \approx -2.1$ として近似することができた。リアルネットワークの次数分布における冪指数は $\gamma \approx 2$ とされている。エンド・ネットワーク・モデルの次数分布は、図2の通り冪乗則に従っており、スケールフリー性を示していると言える。また冪指数もバラバシ・アルバートモデルと比較して、より現実に近い値を取っていることが分かる。

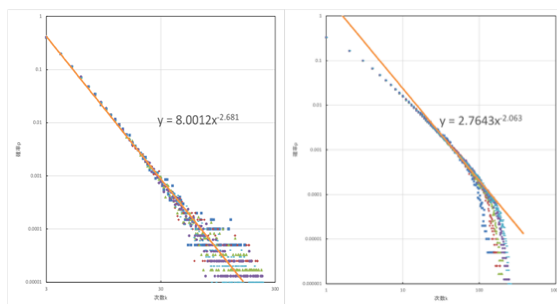


図2 次数分布

平均最短経路長とは、任意の2つのノード間の最短経路を全ての組み合わせで平均したものである。これはスモールワールド性を検証する指標 L として用いられる。図3は両モデルの平均最短経

路長を両対数グラフに示したものである。共に総ノード数1000から10000の範囲で1000毎に変化させ算出した。上からエンド・ネットワーク・モデル、バラバシ・アルバートモデルの順である。バラバシ・アルバートモデルは $L \approx 3.5 \sim 4.4$ 、エンド・ネットワーク・モデルは $L \approx 4.4 \sim 5.2$ の範囲内で変化していく様子が観測できた。リアルネットワークの平均最短経路長は一般に $L \propto \log N$ のであり[1]、図3よりリアルネットワーク同様に、エンド・ネットワーク・モデルもスモールワールド性を示していると言える。

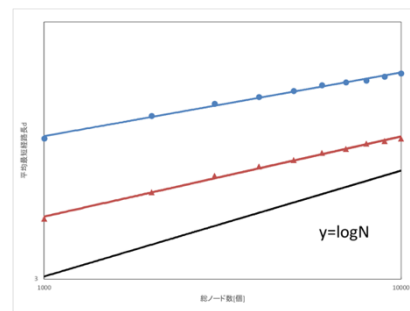


図3 平均最短経路長

4. 結論（まとめ）

バラバシは次数分布に基づく成長により、スケールフリー性とスモールワールド性を共に示すネットワークを提案した。この研究を背景に、今回内部観測者による論理積と論理和の混同に基づいた生成アルゴリズムを持つエンド・ネットワーク・モデルを新たに提案した。本研究により、内部観測者による認知過程を利用して得た局所情報のみ使用し生成されたエンド・ネットワーク・モデルにおいても、現在ベストモデルと言われるバラバシ・アルバートモデルと同様に、スケールフリー性やスモールワールド性を示すことができた。バラバシはリアルネットワークが既存のノードが持つリンク情報をコピーして使用することで成長していくと主張している[2]。しかし今回の研究で、バラバシが使用する大域的な情報を使用することなく、局所情報のみによってより現実に則した過程でスケールフリーネットワークの生成が可能となったことで、バラバシの主張に疑いの余地が生まれることとなった。

注：

[1]増田直紀，今野紀雄：複雑ネットワーク—基礎から応用まで，近代科学社，2010。

[2]Albert-László Barabási：Network Science, Cambridge University Press, 2016.