

デジタルフィルタを用いたピアノ弦間共鳴の物理モデリング

Physical modeling of piano inter-string resonance using digital filter

1W143042-5 小林 憲治 指導教員 及川 靖広 教授

KOBAYASHI Kenji

Prof. OIKAWA Yasuhiro

概要：電子ピアノはさまざまな場面で使われる楽器であり，その音質の向上を目指した研究開発が進められている．ピアノの弦間共鳴は，複数の弦が同時に振動する際に，弦の振動が空気中やピアノのボディを伝播することにより共通の周波数成分を持つ弦が励起され共振を起こす現象である．ピアノの弦間共鳴の物理モデル化には，IIR（無限インパルス応答）フィルタを用いた線形モデルによってモデル化することが提案されているが，IIR フィルタのパラメータ推定は容易ではない．本研究では Kautz モデルを導入することにより，フィルタのパラメータ推定を安定的に推定する手法を提案する．シミュレーションとして提案手法を用いて弦間共鳴音を作成し，基本周波数のピークが推定できていることを確認した．

キーワード：ピアノ，共鳴，IIR フィルタ，Kautz モデル， ℓ_0 制約問題

Keywords: piano, resonance, IIR filter, Kautz model, ℓ_0 constrained problem

1. まえがき

電子ピアノはさまざまな場面で使われる楽器であり，その音質を向上させるための研究開発が進められている [1]．アコースティックピアノの音色を特徴づける現象のひとつとして，弦間共鳴が挙げられる．弦間共鳴とは，打弦された弦の振動が楽器のボディや空気中を伝播し，共通の周波数成分を持つ弦を励起させて共鳴を起こす現象である．電子ピアノの打鍵音にモデル化した弦間共鳴音を付加することにより，アコースティックピアノに近い音の生成が期待できる．そのためには弦間共鳴を少ない計算量でモデリングする手法が求められる．

弦間共鳴のモデリングにあたってはデジタルフィルタを用いた線形モデルと仮定する手法が提案されている [1]．フィルタとしては IIR フィルタが用いられるが，安定性を保つためには極の配置に制限があり，パラメータの推定は容易ではない．そこで，本研究では Kautz モデルを導入することにより安定的にパラメータを推定する手法を提案する．シミュレーションとして，提案手法を用いて弦間共鳴音を作成した．

2. Kautz モデルによるパラメータ推定

Kautz モデルは，目的信号を正規直交な信号の線形結合によって近似する [2]．Kautz モデルは複素単位円内の任意の点 p_1, \dots, p_I を極として指定することにより， $2 \times I$ 個のフィルタを設計する．ここで， $\{p_1, \dots, p_I\}$ を極として指定した際の正規直交伝達関数は，

$$\Psi_i^\pm(z) = \frac{c_i^\pm(z^{-1} \mp 1)}{(1 - p_i z^{-1})(1 - p_i^* z^{-1})} \times \prod_{j=1}^{i-1} \frac{(z^{-1} - p_j)(z^{-1} - p_j^*)}{(1 - p_j z^{-1})(1 - p_j^* z^{-1})} \quad (1)$$

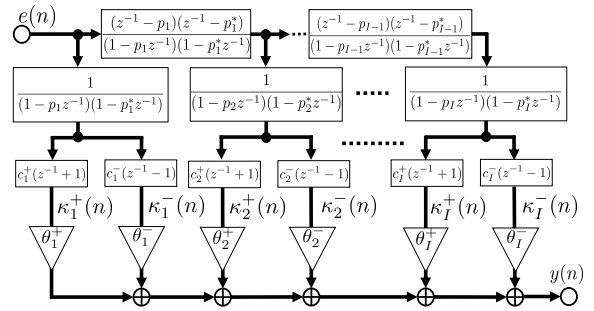


図-1 Kautz モデルのブロック図

で与えられる．なお， p_i^* は p_i の複素共役を表し， $c_i^\pm = |1 \pm p_i| \sqrt{(1 - |p_i|^2)/2}$ である．モデルは図-1 に示すような模式図によって表される．モデルの入力 $e(n)$ に対するフィルタ $\{\Psi_i^+, \Psi_i^-\}_{i=1}^I$ の応答 $\{\kappa_i^+, \kappa_i^-\}_{i=1}^I$ はそれぞれ正規直交となる．モデルの出力は各応答とパラメータ $\{\theta_i^+, \theta_i^-\}_{i=1}^I$ を用いた線形結合で得られる．パラメータの最適解は，以下の最小二乗問題

$$\text{Minimize } \sum_{n=1}^N |s(n) - \kappa(n)^T \theta|^2 \quad (2)$$

の解として与えられる．ただし， $s(n)$ は目的信号であり，

$$\theta = [\theta_1^+, \theta_1^-, \theta_2^+, \theta_2^-, \dots, \theta_I^+, \theta_I^-]^T, \\ \kappa(n) = [\kappa_1^+(n), \kappa_1^-(n), \dots, \kappa_I^+(n), \kappa_I^-(n)]^T$$

である．Kautz モデル近似を導入することにより，IIR フィルタの推定問題を線形なパラメータ推定に置き換えることができ，安定的なモデル化が可能である．

しかし，Kautz モデルの近似精度は指定した極によって大きく制限される．また，Kautz モデルは極の数に比

例してオールパスフィルタが設計されるため、計算量が増加してしまう。そこで、目的信号からモデルを適切に表す極を推定する手法と、Kautz モデル近似によって得られた極を用いて計算量を削減したモデルを再設計する手法を提案する。

3. 目的信号からの極推定と選出

アコースティックピアノ音には基本周波数の音と部分音が含まれ、周波数スペクトルには基本周波数と部分音の周波数付近にピークが得られる。Kautz モデルにおいて、周波数スペクトルのピークに対応する極を指定することで、近似精度の高いモデル化が可能である。

まず、目的信号を AR (自己回帰) モデルで近似し、極を推定する。しかし、AR モデル近似によって得られた極の中には周波数スペクトルのピークに対応しない極も含まれる。そこで、重要な極のみを選出するため、 ℓ_0 制約を加えた最小二乗問題

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} \sum_{n=1}^N |s(n) - \kappa(n)^T \boldsymbol{\theta}|^2 \\ & \text{subject to } \|\boldsymbol{\theta}\|_0 \leq M \end{aligned} \quad (3)$$

を解く。ただし、 $\|\boldsymbol{\theta}\|_0$ は $\boldsymbol{\theta}$ の非零要素の個数を表し、 M は非零要素の最大個数である。最小二乗問題 (3) を解くことによりピークに対応する極を選出することが可能である。

4. 計算量を削減したモデルの再設計

Kautz モデルは、信号の直交性を確保するためにモデル内に多くのオールパスフィルタを持つ。そのため、指定する極が増えるのに比例して計算量も増加する。そこで、推定された M 個の極を用いてモデルを再設計することを提案する。推定した極を用いた $2M$ 次の IIR フィルタは

$$H_M(z) = \frac{\sum_{k=0}^{2M} b_k z^{-k}}{\prod_{i=1}^M (1 - p_i z^{-1})(1 - p_i^* z^{-1})} \quad (4)$$

と書くことができる。式 (4) のフィルタ $H_M(z)$ の分子の係数 $\{b_0, b_1, \dots, b_{2M}\}$ を推定することにより、計算量を削減したモデルを設計することができる。パラメータの推定は最小二乗問題により可能である。

5. シミュレーション

5.1 弦間共鳴音の作成

提案手法を用いて、アコースティックピアノ (C. BECHSTEIN) の E6 収録音から弦間共鳴音を作成した。式 (3) の非零要素の個数 M は 3 とし、サンプリング周波数は 24,000 [Hz] である。目的信号の波形を図-2 に示す。目的信号はアタックによる非線形成分を少なくするため、図-2 中拡大図に示す通り 0-0.1 秒付近を低減させるよう

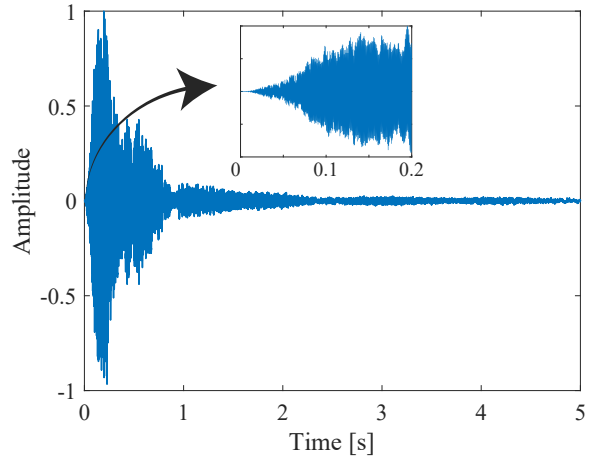


図-2 目的信号の波形

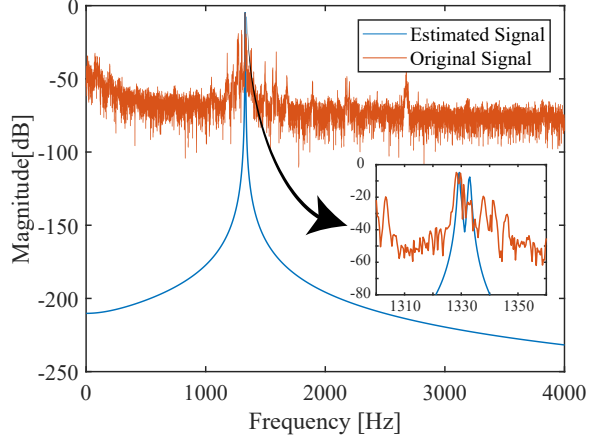


図-3 目的信号と作成信号の周波数スペクトル

に重みづけを行った。

目的信号と提案手法による生成信号の周波数スペクトルを図-3 に示す。目的信号の基本周波数のピークと推定信号のピークは一致しており、提案手法により目的信号から基本周波数のピークにあたる極が推定できていることが確認できた。

6. むすび

本研究ではピアノの弦間共鳴のモデル化において、Kautz モデルを導入した安定的なフィルタ推定手法を提案した。提案手法として目的信号から最適な極を推定する手法と、計算量を削減したモデルを再設計する手法を提案した。提案手法を用いて実音源から弦間共鳴音を作成し、周波数スペクトルのピークが推定できていることを確認した。今後は提案手法を用いて得られた弦間共鳴音についての評価を行う。

参考文献

- [1] B. Bank, S. Zambon and F. Fontana, "A modal-based real-time piano synthesizer," IEEE Trans. Audio, Speech, Lang. Process., Vol. 18, No. 4, pp. 809–821, 2010.
- [2] B. Ninness and F. Gustafsson, "A unifying construction of orthonormal bases for system identification," IEEE Trans. Autom. Control, Vol. 42, No. 4, pp. 515–521, 1997.